

1. dokážte, že platí  $y = -2x^2$  je na intervale  $(-\infty, 0)$  rastúca
2. dokážte že prvočísel je nekonečne veľa (sporom)
3. dokážte že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí  
 $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  je deliteľné 133
4. dokážte že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí  
 $n^3 - n$  je deliteľné 6
5. dokážte že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí  
 $7^n + 3n - 1$  je deliteľné 9
6. dokážte že  $\sqrt{3}$  je iracionálne číslo (sporom)
7. dokáže že pre trojicu reálných čísel  $a, b, c$  platí  $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2+b^2+c^2)$
8. dokážte že platí  $\frac{\cos x}{1 + \cos x} \cdot \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
9. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:  
 $1+2+4+8+16+\dots+2^n = 2^n - 1$
10. dokážte že platí  $\frac{\sin(30+x) - \sin(30-x)}{\cos(60+x) + \cos(60-x)} = \sqrt{3} \operatorname{tg}$

11. Priamym dôkazom dokážte vetu:

$$\left[ a, b, c \in \mathbb{R}^+ \wedge \frac{a}{b} > 1 \right] \Rightarrow \left[ \frac{a+c}{b+c} > 1 \right]$$

12. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{1}{2} n(n+1)$$

13. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n-1) = n^2$$

14. Priamym dôkazom dokážte vetu:

$$[a \in \mathbb{N}] \Rightarrow [a^3 - a = 6t, \quad t \in \mathbb{N}]$$

15. Priamym dôkazom dokážte vetu:

$$[a, b \in \mathbb{R}^+] \Rightarrow \left[ \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \right]$$

16. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$$

17. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

18. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$\forall n \in \mathbb{N}: \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

19. matematickou indukciou dokážte že platí, pre každé prirodzené číslo  $n$  platí

$$\forall n \in \mathbb{N}; 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{n-1} = \frac{1}{3} (4^n - 1)$$

20. dokážte že platí

$$\frac{\sin(x+y) - \cos x \sin y}{\cos(x-y) - \sin x \sin y} = \operatorname{tg} x$$

21. dokážte že platí

$$\operatorname{tg}\left(\frac{p}{4} + x\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{p}{4} - x\right) = 1$$

22. dokážte že platí

$$\frac{\cos 2t}{1 + \cos 2t} = \frac{\operatorname{tg} t}{\operatorname{tg} 2t}$$

23. dokážte že platí

$$\frac{(1+\operatorname{tg}u)^2}{1+\operatorname{tg}^2u} = 1 + \sin 2u$$

24. dokážte že platí

$$\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x} = \cot^2 x$$

25. Dokážte sporom vetu: Pre všetky kladné reálne čísla a, b platí:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$