

## Roots

Calculate the following exercises

1.)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$

2.)  $(\sqrt{11} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{5})$

3.)  $\sqrt{15} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{27}$

4.)  $(3\sqrt{7} + \sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{7} - \sqrt{2})$

5.)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{12} - \sqrt{8})$

6.)  $(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3})$

7.)  $(2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{3} - 2\sqrt{5})$

8.)  $(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3})$

9.)  $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{3}) - \sqrt{6} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{3} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})$

10.)  $\sqrt{72} \div \sqrt{2}$

11.)  $(\sqrt{10} + \sqrt{12}) \div \sqrt{2}$

12.)  $\sqrt{60} \div \sqrt{15}$

13.)  $(6\sqrt{15} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10}) \div 2\sqrt{5}$

14.)  $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

15.)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

16.)  $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$

17.)  $(3\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54}) \cdot \sqrt[3]{4}$

18.)  $(2\sqrt[3]{18} + 3\sqrt[3]{12}) \div \sqrt[3]{6}$

19.)  $\sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{2}$

20.)  $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2}) \cdot (\sqrt[4]{27} - \sqrt[4]{8})$

21.)  $(\sqrt[4]{20} + \sqrt[4]{4}) \div \sqrt[4]{4}$

Clear the surds from the denominator

22.)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

23.)  $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

24.)  $\frac{2 + \sqrt{8}}{6 - 3\sqrt{2}}$

25.)  $\frac{12}{\sqrt{6}}$

26.)  $\frac{1}{1 + \sqrt{7}}$

27.)  $\frac{\sqrt{27} - 1}{2 + 4\sqrt{3}}$

28.)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{14}}{\sqrt{6}}$

29.)  $\frac{15}{2\sqrt{3} - 3}$

30.)  $\frac{3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}}{3\sqrt{5} + 5\sqrt{3}}$

31.)  $\frac{4\sqrt{15} + 5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$

32.)  $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{10}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$

33.)  $\frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}$

Calculate

34.)  $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \div \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

35.)  $(\sqrt{7} + 4) \cdot \left(\frac{21}{2\sqrt{7}} - \frac{12}{\sqrt{7} + 1}\right)$

36.)  $\left(\frac{55}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5\sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} - \frac{8}{3 - \sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5} - 3)$

37.)  $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - 2} - \frac{\sqrt{6} - 2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

38.)  $\frac{(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2}{4\sqrt{5}}$

39.)  $\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{\sqrt{3} - \sqrt{11}} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{\sqrt{11} + \sqrt{3}}\right)^2$

40.)  $\left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{\sqrt{3} - \sqrt{11}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{\sqrt{11} + \sqrt{3}}\right)^2$

41.)  $\sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}} - \sqrt{2}$

42.)  $\frac{\sqrt{\sqrt{13} + 2} + \sqrt{\sqrt{13} - 2}}{\sqrt{\sqrt{13} + 2} - \sqrt{\sqrt{13} - 2}}$

## Algebraic expressions containing exponent

**Simplify**

43.)  $(x^2)^{-1} \div 9(x^{-3})^2$

44.)  $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{c^{-2} d^3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{c^4 d^{-1}}{a^{-3} b^2}\right)^2$

45.)  $\frac{(x^4 y^{-3})^{-2}}{(x^3)^{-3} y^5}$

46.)  $[n^{-2} \cdot 3n^3 \cdot (6n)^{-1}]^{-2} \div (2n^{-1})^0$

47.)  $0,8^{-1} \cdot a^2 b^{-3} \cdot 1,5a^{-2} b^5$

48.)  $\left[m^4 \cdot \left(\frac{2}{m}\right)^5 \cdot \left(\frac{m^2}{4}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{16}\right]^{-1}$

49.)  $\frac{x^{n+1} + 6x^n}{x^{n-1} + 6x^{n-2}}$

50.)  $\frac{y^{a+2} - y^a}{y^{a+1} + y^a}$

51.)  $\frac{a^{2x} + 6a^x + 9}{a^{2x} - 9}$

52.)  $\frac{x^{2n} - y^{2n}}{x^{n+1} - xy^n}$

53.)  $\frac{x^3 - x^2}{x^{n+1}} - \frac{4x^5 - x^3}{x^{n+3}} - \frac{4 - x}{x^n}$

54.)  $\frac{x^2 - 1}{4x^5} - 2 \cdot \frac{1 - x^{n-4}}{16x^{n-1}} - \frac{3x^{n-2} - x^2}{8x^{n+1}}$

**Calculate**

55.)  $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - (\sqrt{5})^{-4} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$

56.)  $(\sqrt{3})^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-4} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

57.)  $2^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^{-3}$

58.)  $(\sqrt{2})^{-1} + (\sqrt{2})^{-2} - (-\sqrt{2})^{-3}$

## Algebraic expression containing rational exponent

**Simplify**

59.)  $\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}}}{x^2}$

60.)  $\frac{(y^{\frac{1}{2}})^3 \cdot (y^2)^{\frac{1}{3}}}{y \cdot y^{\frac{2}{3}}}$

61.)  $\frac{(xy)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^2 y)^{-\frac{1}{3}}}{(xy^2)^{-\frac{2}{3}}}$

62.)  $\frac{y^2}{(y^{\frac{1}{6}})^2}$

63.)  $\frac{(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} \cdot (x^{\frac{1}{6}})^{\frac{9}{4}}}{(x^{\frac{7}{2}})^{\frac{5}{6}}}$

64.)  $\left(\frac{x^{\frac{2}{5}}}{y^{\frac{3}{2}}}\right)^{-2} \cdot \frac{(y^{-1} x^{-2})^{\frac{1}{2}}}{(xy^2)^{\frac{1}{10}}}$

**Calculate**

65.)  $\sqrt{3 \cdot \sqrt{3}}$

66.)  $\sqrt{8 \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt{2}}}$

67.)  $\sqrt{5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[4]{5}}$

68.)  $\frac{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{8}}}{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}$

69.)  $\sqrt[3]{5^2 \cdot \sqrt{5}}$

70.)  $\sqrt[4]{11} \cdot \sqrt[4]{11}^3$

71.)  $\frac{\sqrt[5]{7 \cdot \sqrt[6]{49}}}{\sqrt{7}}$

72.)  $\sqrt[6]{\frac{16}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2}$

**Simplify**

73.)  $\sqrt{x \cdot \sqrt{x}}$

74.)  $\sqrt{z^3 \cdot \sqrt{z^2 \cdot \sqrt{z}}}$

75.)  $\sqrt{y \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{y}} \cdot \sqrt[4]{y}}$

76.)  $\frac{\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a^3}}}{\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}}$

77.)  $\sqrt[3]{k^2 \cdot \sqrt{k}}$

78.)  $\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[4]{m^3}$

79.)  $\frac{\sqrt[5]{u \cdot \sqrt[5]{u^2}}}{\sqrt{u}}$

80.)  $\sqrt[6]{\frac{b^4}{\sqrt{b}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^3}{\sqrt{b}}} \cdot \sqrt{b}$

81.)  $\left( \frac{8 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{8 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x^2 - 16}{4\sqrt{x}}$

82.)  $\frac{2}{1 + \sqrt{x}} - \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 2}{1 - x}$

83.)  $\left( 4 - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) - \frac{6}{x - 1}$

84.)  $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{7} + \sqrt{x}} + \left( \frac{7\sqrt{7} + x\sqrt{x}}{\sqrt{7} + \sqrt{x}} - \sqrt{7x} \right) \div (7 - x)$

85.)  $\left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

86.)  $\frac{a^{-\frac{1}{2}} + 1}{a^{-\frac{1}{2}} - 1} - \frac{a^{-\frac{1}{2}} - 1}{a^{-\frac{1}{2}} + 1}$

87.)  $\frac{b^{\frac{3}{2}} + b^{-\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}}{b^{-\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$

## Solutions

- (1.) 6      (2.) 6      (3.) 45      (4.) 61      (5.) 2      (6.)  $4 + 2\sqrt{102}$       (7.)  $-4 - 3\sqrt{15}$       (8.)  $-6 - 2\sqrt{15}$   
 (9.) 0      (10.) 6      (11.)  $\sqrt{5} + \sqrt{6}$       (12.) 2      (13.)  $3\sqrt{3} - \frac{3}{2} + \sqrt{2}$       (14.) 3      (15.)  $\frac{1}{3}$       (16.) 2  
 (17.) 24      (18.)  $2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{2}$       (19.) 2      (20.)  $1 + \sqrt[4]{54} - \sqrt[4]{24}$       (21.)  $\sqrt[4]{5} + 1$       (22.)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (23.)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$   
 (24.)  $\frac{4}{3} + \sqrt{2}$       (25.)  $2\sqrt{6}$       (26.)  $\frac{\sqrt{7}-1}{6}$       (27.)  $\frac{19-5\sqrt{3}}{22}$       (28.)  $\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{21}$       (29.)  $10\sqrt{3} + 15$   
 (30.)  $\sqrt{15} - 4$       (31.)  $5 + 2\sqrt{5}$       (32.)  $\sqrt{2}$       (33.)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       (34.)  $2 + \sqrt{3}$       (35.)  $\frac{9}{2}$       (36.)  $3\sqrt{5} - 7$   
 (37.)  $6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$       (38.) 1      (39.)  $\frac{33}{4}$       (40.)  $\frac{41}{4}$       (41.) 1      (42.)  $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$   
 (43.)  $\frac{x^4}{9}, x \neq 0$       (44.)  $\frac{a^4 c^6 d}{b}, a, b, c, d \neq 0$       (45.)  $xy, x, y \neq 0$       (46.)  $4, n \neq 0$       (47.)  $\frac{15}{8}b^2, a, b \neq 0$   
 (48.)  $\left(\frac{m}{2}\right)^7, m \neq 0$       (49.)  $x^2, x \neq 0, x \neq -6$       (50.)  $y - 1, y \neq 0, y \neq -1$       (51.)  $\frac{a^x+3}{a^x-3}, a^x \neq \pm 3, y \neq -1$   
 (52.)  $x^{n-1} + x^{-1}y^n, x \neq 0, x^n \neq y^n$       (53.)  $-3(x^{2-n} + x^{-n}), x \neq 0$       (54.)  $-\frac{1}{4x^5}, x \neq 0$       (55.)  $-25$   
 (56.)  $\frac{27}{4}$       (57.) 4      (58.)  $\frac{2+3\sqrt{2}}{4}$       (59.)  $x^{-\frac{3}{4}}, x > 0$       (60.)  $y^{\frac{1}{2}}, y > 0$       (61.)  $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}, x, y > 0$   
 (62.)  $y^{\frac{5}{3}}, y > 0$       (63.)  $x^{-\frac{19}{8}}, x > 0$       (64.)  $x^{\frac{1}{10}}y^{\frac{33}{10}}, x, y > 0$       (65.)  $3\frac{3}{4}$       (66.)  $2\frac{17}{8}$       (67.)  $5\frac{11}{24}$   
 (68.) 1      (69.)  $5\frac{5}{6}$       (70.) 11      (71.)  $7^{-\frac{7}{30}}$       (72.)  $2\frac{23}{12}$       (73.)  $x^{\frac{3}{4}}, x \geq 0$       (74.)  $z^{\frac{17}{8}}, z \geq 0$   
 (75.)  $y^{\frac{11}{24}}, y > 0$       (76.)  $1, a > 0$       (77.)  $k^{\frac{5}{6}}, k \geq 0$       (78.)  $m, m \geq 0$       (79.)  $u^{-\frac{7}{30}}, u > 0$   
 (80.)  $b^{\frac{23}{12}}, b > 0$       (81.)  $-3(x+4); x > 0 \wedge x \neq 4$       (82.)  $\frac{1}{1-x}, x \geq 0 \wedge x \neq 1$       (83.)  $8, x \geq 0 \wedge x \neq 1$   
 (84.)  $1, x \geq 0 \wedge x \neq 7$       (85.)  $\frac{x+1}{x-1}, x > 0 \wedge x \neq 1$       (86.)  $\frac{4\sqrt{a}}{1-a}, a > 0 \wedge a \neq 1$       (87.)  $b-1, b > 0 \wedge b \neq 1$